Profesor:
Fortunato Mendoza

ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

TEORIA DE NÚMEROS

NÚMEROS PRIMOS

NÚMEROS PRIMOS

Conjunto numérico de aplicación : Z^+

$Z^+ = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; \ldots\ldots\}$

$$\text{Clasificación de } Z^+ \begin{cases} \text{Simples} \begin{cases} \text{Unidad} \\ \text{Primos} \end{cases} \\ \text{Compuestos} \end{cases}$$

1. NÚMEROS SIMPLES :

a) La Unidad

Es el único número que admite un solo divisor, que es el mismo

b) Número Primo Absoluto

Es aquel número que admiten sólo dos divisores diferentes, que son la unidad y él mismo número.

Ejemplo : 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19 ....

Divisores de 2 : 1; 2

Divisores de 3 : 1; 3

2. NÚMERO COMPUESTO :

Es aquel número que admiten más de 2 divisores.

Ejemplo : 4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15........

divisores de 4 : 1; 2; 4

divisores de 6 : 1; 2; 3; 6

NÚMEROS PRIMOS

Propiedades

a) El conjunto de los números primos es infinito, y no existe fórmula alguna para determinar todos los números primos.

b) El 2 es el único número primo par.

c) Los únicos números primos que son números consecutivos son el 2 y 3.

d) Si "p" es un número primo, además p > 3 entonces: $p = \dot{6} \pm 1$

Ejemplos: $13 = \dot{6} + 1$; $17 = \dot{6} - 1$;

NÚMEROS PRIMOS

3. Números primos entre sí (PESI):

Dado un grupo de 2 o más números, diremos que son PESI; si tienen como único divisor común a la unidad. También se les conoce como primos relativos o coprimos.

Ejemplo:

Sean los números: 8 y 15

Divisores de 8: 1; 2; 4; 8

Divisores de 15:1; 3; 5; 15

Divisores Comunes: 1

$\therefore$ 8 y 15 son primos entre si

4. Números primos entre sí 2 a 2 (PESI 2 a 2)

Dado un grupo de 3 o más números; diremos que son PESI 2 a 2; cuando al ser tomados de 2 en 2 éstos pares de números siempre son PESI.

Ejemplo:

Sean los números 8; 9 y 25

Observación:

8 y 9 son Pesi

8 y 25 son Pesi

9 y 25 son Pesi

$\therefore$ 8;9 y 25 son Pesi 2 a 2

Propiedades

1. Todo conjunto de números consecutivos siempre son primos entre sí.

Ejemplos:

8 y 9 son primos entre si

14, 15 y 16 son primos entre sí

2. Si un grupo de números son Pesi 2 a 2 entonces son Pesi ; lo reciproco no siempre se cumple.

Ejemplos:

- ♦Como 8, 21 y 25 son Pesi 2 a 2; entonces 8, 21 y 25 son Pesí
- ♦10, 12 y 15 son Pesi, pero no son Pesi 2 a 2

3. Si a y b son primos entre si, se cumple que:

a y (a + b) son Pesi

a y (a - b) son Pesi ; a > b

Ejemplo:

15 y 8 son Pesi

Se cumple:

15 y 23 son Pesi

15 y 7 son Pesi

NÚMEROS PRIMOS

Regla para averiguar si un número es primo o no

1°) Al número dado se le extrae su raíz cuadrada aproximada.

2°) Se indican los números primos menores que la raíz cuadrada aproximada

3°) Se divide al número dado entre cada uno de los números primos indicados. Si todas las divisiones son inexactas entonces el número será primo; pero si al menos una división es exacta entonces el numero será compuesto.

Ejemplos:

a) Sea el número 223

Paso 1: $\sqrt{223} = 14{,}93\ldots$

Paso 2: 2; 3; 5; 7; 11; 13

Paso 3: $223 \neq \dot{2};\ \dot{3};\ \dot{5};\ \dot{7};\ \dot{11};\ \dot{13}$

Como todas las divisiones son inexactas, entonces 223 es un número primo

b) Sea el número 299

Paso 1: $\sqrt{299} = 17{,}29\ldots$

Paso 2: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17

Paso 3: $299 \neq \dot{2};\ \dot{3};\ \dot{5};\ \dot{7};\ \dot{11}$

Pero: $299 = \dot{13}$; $299 = 13 \times 23$

Divisores de 299: 1; 13; 23; 299

$\therefore$ 299 es compuesto

NÚMEROS PRIMOS

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMETICA

"Todo número entero positivo mayor que la unidad se puede expresar como la multiplicación indicada de sus divisores primos diferentes elevados cada uno de ellos a exponentes enteros positivos; esta representación es única y se le denomina **descomposición canónica**".

Ejemplo: Sea el número 720

$$720 = \underbrace{2^4 . 3^2 . 5^1}_{\text{Descomposición Canónica}}$$

NÚMEROS PRIMOS

ESTUDIO DE LOS DIVISORES DE UN NUMERO

Ejemplo:

Sea el número 24

Divisores de 24: $1;\ \underbrace{2;\ 3}_{\text{primos}};\ \underbrace{4;\ 6;\ 8;\ 12;\ 24}_{\text{compuestos}}$

En general

Sea la descomposición canónica de "N" :

$$N = A^a \,.\, B^b \,.\, C^c \,.....(dc)$$

1. Cantidad de divisores de N ($CD_{(N)}$)

$$\boxed{CD(N) = (a+1)(b+1)(c+1)}$$

Ejemplo

Hallar la cantidad de divisores de 200

$200 = 2^3 \times 5^2$

$CD(200) = (3+1)(2+1) = 4(3) = 12$

Observación:

$$CD(200) = 12 \begin{cases} 2 \text{ div. primos} \\ 1 \text{ div. (unidad)} \\ 9 \text{ div. compuestos} \end{cases}$$

Se cumple:

$$\boxed{CD(N) = CD(N)_C + CD(N)_P + 1}$$

2. Suma de Divisores de un Número N (SD(N))

$$\boxed{SD_N = \frac{A^{a+1}-1}{A-1} \cdot \frac{B^{b+1}-1}{B-1} \cdot \frac{C^{c+1}-1}{C-1}}$$

Ejemplo:

Sea el número 100

Como $100 = 2^2 . 5^2$

$$SD(100) = \left(\frac{2^3-1}{2-1}\right)\left(\frac{5^3-1}{5-1}\right) = 7.31 = 217$$

NÚMEROS PRIMOS

3. Suma de las inversas de los divisores de N (SID(N))

$$\boxed{SID(N)=\frac{SD(N)}{N}}$$

Ejemplo:

$$SID_{(100)} = \frac{SD(100)}{100} = \frac{217}{100} = 2{,}17$$

4. Producto de los divisores de N (PD(N))

$$\boxed{PD_N = \sqrt{N^{CD_N}} = N^{CD(N)/2}}$$

Ejemplo:

$$PD_{100} = 100^{CD(100)/2} = 100^{9/2}$$

TEMAS COMPLEMENTARIOS

I. Número de formas de expresar un número natural N como el producto de dos factores (F(N))

Ejemplo 1 :

Del número : $24 = 2^3 . 3 = \begin{cases} 1 . 24 \\ 2 . 12 \\ 3 . 8 \\ 4 . 6 \end{cases}$

donde $CD(24) = 8 \rightarrow F(24) = \frac{8}{2} = 4$

Ejemplo 2 :

Del número : $100 = 2^2 . 5^2 = \begin{cases} 1 . 100 \\ 2 . 50 \\ 4 . 25 \\ 5 . 20 \\ 10 . 10 \end{cases}$

donde

$CD(100) = 9 \rightarrow F(100) = \frac{9+1}{2} = 5$

NÚMEROS PRIMOS

II. FUNCIÓN EULER O INDICADOR DE UN NÚMERO (Φ(N))

La función Euler de un número entero positivo "N", nos indica la cantidad de números menores o iguales a "N"; que son primos entre sí con él .

Sea : $N = A^a . B^b . C^c......(dc)$

$$\boxed{\Phi(N)=A^{a-1}(A-1)B^{b-1}(B-1)C^{c-1}(C-1)}$$

Aplicación

¿Cuántos números menores que 360 son primos relativos con 360?

Resolucíón

Piden $\varphi(360)$

$360=2^3.3^2.5^1$

$\varphi(360) = 2^2(2-1).3^1(3-1).5^0(5-1)$

$\varphi(360) = 96$ $\qquad$ $Rpta: 96$

Aplicación con factoriales

Ejemplo

Calcular los exponentes de 2 y 3 en la descomposición canónica de 20!

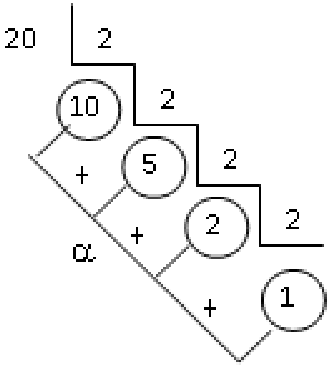
Resolución:

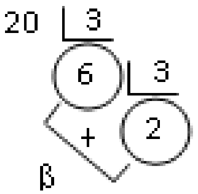
Se sabe que

20!= 1x2x3x4x5x......x20

$20! = 2^\alpha \times 3^\beta \times 5^\delta \times 7^d ......\times 19$

Para calcular el exponente de 2, se divide 20 sucesivamente entre 2





$\alpha = 10+5+2+1$

$\alpha = 18$

$\beta = 6 + 2$

$\beta = 8$

NÚMEROS PRIMOS

TEOREMA DE FERMAT

Sea "N" entero positivo y "p" primo, donde $N \neq \dot{p}$; se cumple:

$$\boxed{N^{(p-1)k} = \dot{p} + 1}$$

Ejemplo:

Para p =7; N = 25

Se cumple: $25^{6k} = \dot{7} + 1$

TEOREMA DE EULER - FERMAT

Si A y B son primos entre si, se cumple:

$$\boxed{A^{\varnothing(B)} = \dot{B} + 1}$$

Ejemplo:

Para A = 16 ; B = 25

Se cumple: $16^{\varnothing(25)} = \dot{25} + 1$

$16^{20} = \dot{25} + 1$

TEOREMA DE WILSON

Si "p" es un número primo, se cumple:

$$\boxed{(p-1)! + 1 = \dot{p}}$$

Ejemplo:

Para p = 7

Se cumple: $6! + 1 = \dot{7}$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. Determine cuál es el residuo la dividir el producto de los 500 primeros números primos entre12.

A) 2 **B) 3** **C) 6**

D) 0 **E) 4**

Resolución

Sea $P = \underbrace{2*3*5*7*11*13*....}_{\text{500 factores}} = \dot{12} + r$

$P = 6*(5*7*11*13*....)$

$P = 6\ (IMPAR) = 6\ (2k+1)$

$P = 12k + 6 = \dot{12} + 6$

$\therefore\ r = 6$ **Clave: C**

PROBLEMAS

2. ¿Cuántos números de 3 cifras que comienzan con cifra 2 existen tales que sean primos relativos con 10?

A) 30 **B) 36** **C) 40**

D) 42 **E) 48**

Resolución

Sea $\overline{2ab}$ uno de los #s

Dato: $\overline{2ab}$ y 10 son PESI

Como $10 = 2 * 5 \longrightarrow \overline{2ab} \neq \dot{2}\ ; \dot{5}$

Luego $b = 1; 3\ ; 7\ ; 9$

Por el método combinatorio

$$\overline{2\quad a\quad b}$$

2	a	b
	⬇	⬇
	0	1
	1	3
	2	7
	.	9
	.	
	9	

10 * 4 = 40 #s

Clave: C

PROBLEMAS

3. Calcule el valor de "n" sabiendo que el número A=12^n×28 tiene 152 divisores positivos compuestos.

A) 1 **B) 2** **C) 3**

D) 4 **E) 5**

Resolución

$A = 12^n \times 28 \longrightarrow 152 \text{ div. compuestos}$

$A = 2^{2n}.\ 3^n.\ 2^2.\ 7$

$A = 2^{2n+2}.\ 3^n.\ 7 \longrightarrow 152 \text{ div. comp.}$

$CD_{(A)} = 152 + 3 + 1 = 156$

$(2n+3)(n+1)2 = 156 \longrightarrow (2n+3)(n+1) = 78$

13 * 6

∴ n = 5 **Clave: E**

PROBLEMAS

4. A un número se le sumó su C.A. y se obtuvo un número que tiene 5 625 divisores. ¿Cuántas cifras tienen dicho número?

A) 72 **B) 73** **C) 74**

D) 75 **E) Más de 75**

Resolución

Sea N un número de k cifras

$\mathrm{N} + \mathrm{CA(N)} = N + 10^k - N = 10^k \longrightarrow$ 5625 div

Luego

$10^k = 2^k . 5^k \longrightarrow$ 5625 div

Se cumple: $(k+1)(k+1) = 5625$

$\mathrm{k} + 1 = 75 \longrightarrow$ k = 74 **Clave: C**

PROBLEMAS

5. ¿Cuántos números de la forma $\overline{abab}$ tienen 6 divisores positivos?

A) 1 **B) 2** **C) 3**

D) 4 **E) 5**

Resolución

Sea $N = \overline{abab} \longrightarrow 6 \text{ div}$

$N = \overline{ab}\,.\,10^2 + \overline{ab} = 101\,\overline{ab} \longrightarrow 6 \text{ div}$

$N = 101\,p^2 \longrightarrow 6 \text{ div}$

$p \longrightarrow$ primo

$\overline{ab} = 5^2; 7^2 \longrightarrow 2 \text{ soluciones}$

Rpta: 2 **Clave: B**

PROBLEMAS

6. Halle el valor de a + b si el número $\overline{abcd}$ tiene 14 divisores, además a + c = b + d = 9

A) 9 **B) 8** **C) 7**

D) 12 **E) 14**

Resolución

$$CD\left(\overline{abcd}\right) = 14$$

$$a + c = b + d = 9$$

Se cumple

$$\overline{abcd} = \dot{9} + a + b + c + d \quad = \dot{9} + 18 = \dot{9}$$

$$\overline{abcd} = \dot{11} + (b + d) - (a + c) \quad = \dot{11} + 9 - 9 = \dot{11}$$

$$\overset{-+-+}{}\longleftarrow$$

Luego: $\overline{abcd} = 3^6 \,.\, 11^1 \longrightarrow$ 14 divisores

$\overline{abcd} = 8019 \longrightarrow a + b = 8$ **Clave: B**

PROBLEMAS

7. ¿Cuál es la suma de cifras del menor número impar que es múltiplo de 3 pero no de 9, es múltiplo de 7 pero no de 49 y tienen 24 divisores positivos?

A) 12 **B) 15** **C) 21**

D) 30 **E) 24**

Resolución

Sea el #N

N es mínimo ; N es impar

$CD_{(N)} = 24 = 2.2.2.3$

$N = 3^1 . 7^1 . p^1 . q^2 \longrightarrow$ 24 divisores

Observación: q = 5 ; p = 11

Luego: $N = 3 . 7 . 11 . 5^2 = 5775$

$\sum cfs = 24$

Clave: E

8. Si el número N = 90ª tiene 84 divisores positivos pares, ¿cuántos divisores positivos múltiplos de 3 tiene N?

A) 64 **B) 80** **C) 72**

D) 84 **E) 96**

Resolución

$\mathrm{N} = 90^{a} \longrightarrow$ 84 div. $\dot{2}$

$\mathrm{N} = 2^{a}.\ 3^{2a}.\ 5^{a} \longrightarrow$ 84 div. $\dot{2}$

$Son\ \dot{2}: \quad N = 2(2^{a-1}.3^{2a}.5^{a})$

$\mathrm{a}\ (2\mathrm{a}+1)(\mathrm{a}+1) = 84 \longrightarrow \mathrm{a} = 3$

$\text{Luego:} \quad \mathrm{N} = 2^{3}.\ 3^{6}.\ 5^{3}$

$Son\ \dot{3}: \quad N = 3(2^{3}.3^{5}.5^{3})$

$CD_{(N)\ \dot{3}} = 4 \,.\, 6 \,.\, 4 = 96$

Clave: E

9. Calcule la suma de divisores de 600 que sean múltiplos de 20.

A) 1440 **B) 1600** **C) 960**

D) 1200 **E) 1240**

Resolución

$$600 = 2^3 .\ 3^1 .\ 5^2$$

$$Son\ \dot{20}:$$

$$600 = 2^2 . 5(\underbrace{2^1 . 3^1 . 5^1}_{k})$$

$$SD_{\substack{(600)\\ \dot{20}}} = SD_{(k)} . 20 = 3 . 4 . 6 . 20$$

$$SD_{\substack{(600)\\ \dot{20}}} = 1440$$

Clave: A

10. Calcule la media aritmética de los 12 divisores positivos que posee el número natural N, sabiendo que N es el menor posible.

A) 11,5 **B) 12** **C) 14**

D) 13 **E) 13,5**

Resolución

N es mínimo

$CD_{(N)} = 12 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3$

Luego $\mathrm{N} = 2^2 . 3^1 . 5^1$

Piden:

$$MAD_{(N)} = \frac{SD_{(N)}}{CD_{(N)}} = \frac{7 \,.\, 4 \,.\, 6}{12}$$

$MAD_{(N)} = 14$ **Clave: C**

11. Si el producto de los divisores positivos de un número es 64×10^{12}, halle la suma de sus divisores positivos.

A) 465 **B) 961** **C) 186**

D) 1 953 **E) 4 681**

Resolución

Sea el número: N

$$PD_{(N)} = 64\,.\,10^{12}$$

$$N^{\frac{CD_{(N)}}{2}} = 64.\,10^{12} = 2^6.\,2^{12}.\,5^{12}$$

$$N^{\frac{CD_{(N)}}{2}} = 2^{18}.\,5^{12} = (2^3.\,5^2)^6$$

Luego: $N = 2^3.\,5^2$

Piden: $SD_{(N)} = (\frac{2^4-1}{2-1})(\frac{5^3-1}{5-1})$

$SD_{(N)} = 465$ **Clave: A**

12. Calcule la media armónica de los divisores del menor número natural que posea 31 divisores compuestos y 4 divisores primos.

A) 9,8 **B) 10** **C) 10,22**
D) 10,38 **E) 10,65**

Resolución

Sea N el número ; N es mínimo

$$CD_{(N)} = \underset{\text{comp}}{CD_{(N)}} + \underset{\text{primos}}{CD_{(N)}} + 1$$

$$CD_{(N)} = 31 + 4 + 1 = 36$$

$$CD_{(N)} = 2 . 2 . 3 . 3$$

$$N = 2^2 . 3^2 . 5^1 . 7^1 \longrightarrow N = 1260$$

Piden: $MHD_{(N)} = \dfrac{CD_{(1260)}}{SID_{(1260)}}$ .....(1)

$$SID_{(1260)} = \frac{SD_{(1260)}}{1260} = \frac{7 . 13 . 6 . 8}{1260} = \frac{52}{15}$$

En (1): $MHD_{(N)} = \dfrac{36}{\frac{52}{15}} = 10{,}38$

Clave: D

13. ¿En cuántos ceros termina 100! al representarlo en base 63?

A) 2 **B) 4** **C) 9**

D) 24 **E) 16**

Resolución

Si: $100! = 63^{\alpha}.k \longrightarrow 100! = \overline{\ldots\ldots x\underbrace{00\ldots.0}_{\alpha \text{ cifras}}}_{(63)}$

Como: $63 = 3^2.7$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 3 \\ \hline 33 & 3 \\ \hline 11 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 100 & 7 \\ \hline 14 & 7 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Luego: $100! = 3^{48}.7^{16}.\mathrm{Q}$

$100! = (3^2.7^1)^{16}.3^{16}.\mathrm{Q} \quad = 63^{16}.\mathrm{k}$

$\therefore \alpha = 16$ **Clave: E**

PROBLEMAS

14. ¿Cuántos números menores que 5400 existen que no sean coprimos con él?

A) 1475 **B) 1440** **C) 3960**

D) 2700 **E) 3959**

Resolución

Números menores que 5400

$1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \ldots\ldots ; 5399 \longrightarrow 5399 \ \#s$

1°) Son PESI con 5400

$$5400 = 2^3 . 3^3 . 5^2$$

$$\emptyset_{(5400)} = 2^2(1).3^2(2).5^1(4) = 1440$$

2°) No son PESI con 5400

$$5399 - 1440 = 3959$$

Clave: E

15. Calcule el resto de dividir (34! +117^{75}) entre 37.

A) 9 **B) 10** **C) 11**

D) 12 **E) 13**

Resolución

Sea $E = 34! + 117^{75} = \dot{37} + r$

1°)Por el teorema de Wilson

$$36\,! + 1 = \dot{37} \longrightarrow 34\,!\,.\,35\,.\,36 = \dot{37} + 36$$

$$34\,!\,(\dot{37} - 2)\,(\dot{37} - 1) = \dot{37} + 36 \longrightarrow 34\,! = \dot{37} + 18$$

2°)Por el teorema de Fermat

$$117^{36} = \dot{37} + 1$$

Luego: $117^{75} = (\,117^{36}\,)^2 * 117^3 = (\dot{37} + 1)^2\,(\dot{37} + 6)^3 = \dot{37} + 31$

$$E = (\dot{37} + 18) + (\dot{37} + 31) = \dot{37} + 49$$

$$E = \dot{37} + 12 \longrightarrow r = 12$$

Clave: D

16. La suma de las 4 últimas cifras del producto de: $37616(\overline{9abc9})^{12000}$

A) 17 **B) 18** **C) 20**

D) 21 **E) 22**

Resolución

Sea $N = 37616\ (\overline{9abc9})^{12000} = \overline{\ldots xyzw} = 10\dot{0}00 + \overline{xyzw}$

Por el teorema de Euler

Como $\overline{9abc9}$ y 10000 son PESI, se cumple

$\overline{9abc9}^{\varnothing(10000)} = 10\dot{0}00 + 1$; $10000 = 2^4 . 5^4$

Obs: $\varnothing(10000) = 2^3(1) . 5^3(4) = 4000$

$\overline{9abc9}^{4000} = 10\dot{0}00 + 1 \longrightarrow \overline{9abc9}^{12000} = 10\dot{0}00 + 1$

Luego: $N = 37616\ (\overline{9abc9})^{12000} = (10\dot{0}00 + 7616)(10\dot{0}00 + 1)$

$N = 10\dot{0}00 + 7616 \longrightarrow \overline{xyzw} = 7616$

Piden: $x + y + z + w = 20$ **Clave: C**

PROBLEMAS

17. ¿De cuántas formas se puedes expresar "N" como el producto de 2 factores coprimos? Si: N = $2^3 x\, 3^4 \,.\, x\, 5^6\, x\, 7^5$

A) 8 **B) 16** **C) 10**

D) 4 **E) 12**

Resolución

$$\left.\begin{array}{l} N = 2^3 .\ 3^4 \ .\ 5^6 .\ 7^5 \\ N = (2^3)\ (3^4 .\ 5^6 .\ 7^5) \\ \quad\ (3^4)(\ 2^3 .\ 5^6 .\ 7^5) \\ \quad\ \ \vdots \\ \quad\ (2^3 . 3^4)(5^6 .\ 7^5) \end{array}\right\} 8\ sol$$

Obs: $N = p\,.\,q\,.\,r\,.\,s \longrightarrow CD'_{(N)} = 16 \longrightarrow F'_{(N)} = \dfrac{16}{2} = 8$

Rpta: 8 **Clave: A**

18. Si 63! tiene n divisores ¿Cuántos divisores tiene 65!?

A) $\frac{1012}{725}n$ B) $\frac{1024}{725}n$ C) $\frac{512}{2175}n$

D) $\frac{2048}{2175}n$ E) $\frac{2560}{2900}n$

Resolución

$63\,! \longrightarrow$ n divisores

$65\,! \longrightarrow$? ?

Como $65\,! = 63!\,.\,64\,.\,65$

$65\,! = 63\,!\,.\,2^6\,.\,5\,.\,13$

Entonces: $63\,! = 2^{\alpha} * 5^{\beta} * 13^{\gamma} * k$

$$\begin{array}{r|l} 63 & 2 \\ 31 & 2 \\ 15 & 2 \\ 7 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 63 & 5 \\ 12 & 5 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 63 & 13 \\ 4 & \end{array}$$

Se cumple:

$63\,! = 2^{57} * 5^{14} * 13^{4} * k \longrightarrow$ n divisores

58.15.5.CD(K)=n $\longrightarrow$ CD(K)=$\frac{n}{4350}$

Luego $65\,! = 2^{63}.\,5^{15}\,.\,13^{5}\,k$

$$CD_{(65\,!)} = 64\,.\,16\,.\,6 * CD_{(K)} = 64\,.\,16\,.\,6\,.\,\frac{n}{4350}$$

$$CD_{(65\,!)} = 64\,.\,16\,.\,6\,.\frac{n}{4350}$$

$$CD_{(65\,!)} = \frac{1024n}{725}$$

Clave: B

PROBLEMAS

19. Determinar el promedio aritmético de todos los divisores de 504504 que son primos relativos con 884.

A) 494 **B) 585** **C) 164**

D) 221 **E) 658/5**

Resolución

$$504504 = 2^3 * \underbrace{3^2 * 7^2 * 11}_{K} * 13 \quad ; 884 = 2^2 * 13 * 17$$

Piden

$$\underset{(PESI\ con\ 884)}{MAD_{(504504)}} = \frac{SD_{(K)}}{CD_{(K)}} = \frac{13 * 57 * 12}{18}$$

$$\underset{(PESI\ con\ 884)}{MAD_{(504504)}} = 494$$

Clave: A

PROBLEMAS

20. Dado un número N, se sabe que: SD(N) = 42336 x SID(N). ¿Cuántos divisores cuadrados perfectos tiene N? Dé también la suma de menor y mayor de dichos divisores cuadrados perfectos.

A) 16; 5048 **B) 12; 7057** **C) 24; 3024**

D) 18; 1832 **E) 20; 2492**

Resolución

Datos $SD_{(N)} = 42336 * SID_{(N)}$

$$SD_{(N)} = 42336 * \frac{SD_{(N)}}{N} \longrightarrow \mathrm{N} = 42336$$

Luego $\mathrm{N} = 2^5 . 3^3 . 7^2$

Por el método combinatorio

$$\mathrm{N} = 2^5 * 3^3 * 7^2$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^0 & 3^0 & 7^0 \\ 2^2 & 3^2 & 7^2 \\ 2^4 & & \\ \hline 3 & . \ 2 & . \ 2 \end{array} = 12 \text{ div} . k^2$$

Obs: Menor div. $K^2 = 2^0 * 3^0 * 7^0 = 1$

Mayor div. $K^2 = 2^4 * 3^2 * 7^2 = 7056$

$$\sum = 7057$$

Clave: B

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS